Đề thi vào 10 sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2006 – 2007

Bài 1: (*2,5 điểm*) Cho biểu thức $P=\left[\dfrac{a+3\sqrt{a}+2}{\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{a}-1\right)}-\dfrac{a+\sqrt{a}}{a-1}\right]:\left[\dfrac{1}{\sqrt{a}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{a}-1}\right].$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm a để $\dfrac{1}{P}-\dfrac{\sqrt{a}+1}{8}\geq 1$.

Bài 2: (*2,5 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*
Một ca nô xuôi dòng trên một khúc sông từ bến A đến bến B dài 80km, sau đó lại ngược dòng đến địa điểm C cách bến B 72km, thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ca nô ngược dòng là 15 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 4km/h.

Bài 3: (*1,0 điểm*) Tìm tọa độ giao điểm A và B của đồ thị hai hàm số $y=2x+3$ và $y=x^2$. Gọi D và C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành. Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

Bài 4: (*3,0 điểm*) Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R, C là trung điểm của OA và dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM, H là giao điểm của AK và MN.

a) Chứng minh BCHK là tứ giác nội tiếp.

b) Tính tích AH.AK theo R.

c) Xác định vị trí của điểm K để tổng (KM + KN + KB) đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

Bài 5: (*1,0 điểm*) Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x+y=2$. Chứng minh

$$x^2y^2\left(x^2+y^2\right)\leq 2.$$

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2007 – 2008

Bài 1: (*2,5 điểm*) Cho biểu thức $P = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để $P < \dfrac{1}{2}$.

Bài 2: (*2,5 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*
Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24km. Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc lên 4km/h so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B.

Bài 3: (*1,0 điểm*) Cho phương trình $x^2 + bx + c = 0$.

a) Giải phương trình khi $b = -3$ và $c = 2$.

b) Tìm b, c để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt và tích của chúng bằng 1.

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho đường tròn (O; R) tiếp xúc với đường thẳng d tại A. Trên d lấy điểm H không trùng với điểm A và AH < R. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với d, đường thẳng này cắt đường tròn tại hai điểm E và B (E nằm giữa B và H).

a) Chứng minh $\text{ABE} = \text{EAH}$ và $\Delta\text{ABH} \sim \Delta\text{EAH}$.

b) Lấy điểm C trên d sao cho H là trung điểm của đoạn thẳng AC, đường thẳng CE cắt AB tại K. Chứng minh AHEK là tứ giác nội tiếp.

c) Xác định vị trí của điểm H để $\text{AB} = \text{R}\sqrt{3}$.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Cho đường thẳng $y = (m-1)x + 2$. Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó là lớn nhất.

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2008 – 2009

Bài 1: (*2,5 điểm*) Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right):\dfrac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của P khi $x=4$.

c) Tìm x để $P=\dfrac{13}{3}$.

Bài 2: (*2,5 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất, vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Bài 3: (*1,5 điểm*) Cho parabol $(P):y=\dfrac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $(d):y=mx+1$.

a) Chứng minh với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB theo m (O là gốc tọa độ).

Bài 4: (*3,0 điểm*) Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R và E là điểm bất kì trên đường tròn đó (E khác A và B). Đường phân giác góc AEB cắt đoạn thẳng AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K.

a) Chứng minh $\Delta KAF\sim\Delta KEA$.

b) Gọi I là giao điểm của đường trung trực đoạn EF với OE, chứng minh đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và tiếp xúc với đường thẳng AB tại F.

c) Chứng minh MN // AB, trong đó M và N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE, BE với đường tròn (I).

d) Tính giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác KPQ theo R khi E chuyển động trên đường tròn (O), với P là giao điểm của NF và AK, E là giao điểm của MF và BK.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A=(x-1)^4+(x-3)^4+6(x-1)^2(x-3)^2.$$

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2009 – 2010

Bài 1: (*2,5 điểm*) Cho biểu thức $A=\dfrac{x}{x-4}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x\ge 0,\ x\ne 4$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của A khi $x=25$.

c) Tìm x để $A=-\dfrac{1}{3}$.

Bài 2: (*2,5 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất máy trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 áo. Biết rằng trong một ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Bài 3: (*1,0 điểm*) Cho phương trình ẩn x: $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$.

a) Giải phương trình đã cho khi $m=1$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=10$.

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho đường tròn (O; R) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

a) Chứng minh ABOC là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi I là giao điểm của BC và OA. Chứng minh BE vuông góc với OA và $OE.OA = R^2$.

c) Trên cung nhỏ BC của (O; R) lấy điểm K bất kì (K khác B và C). Tiếp tuyến tại K của (O; R) cắt AB, AC theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh tam giác APQ có chu vi không đổi khi K chuyển động trên cung nhỏ BC.

d) Đường thẳng qua O và vuông góc với OA cắt các đường thẳng AB, AC theo thứ tự tại M, N. Chứng minh $PM+QN\ge MN$.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Giải phương trình:

$$\sqrt{x^2-\frac{1}{4}+\sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}}}=\frac{1}{2}\left(2x^3+x^2+2x+1\right).$$

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2010 – 2011

Bài 1: (*2,5 điểm*) Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{3x+9}{x-9}$ với $x\ge 0,\ x\ne 9$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của x để $A=\dfrac{1}{3}$.

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A.

Bài 2: (*2,5 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*
Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Bài 3: (*1,0 điểm*) Cho parabol $y=-x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx-1$.

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi $x_1,\ x_2$ lần lượt là hoành độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm giá trị của m để $x_1^2x_2+x_2^2x_1-x_1x_2=3$.

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A và B). Lấy điểm D thuộc dây (BC) (D khác B và C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

a) Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh DA.DE = DB.DC.

c) Chứng minh góc CFD bằng góc OCB. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

d) Cho biết DF = R, chứng minh tanAFB = 2.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Giải phương trình:

$$x^2+4x+7=(x+4)\sqrt{x^2+7}.$$

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2013 – 2014

Bài 1: (*2,0 điểm*) Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \text{ và } B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}+\frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \text{ với } x>0.$$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=64$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm x để $\frac{A}{B}>\frac{3}{2}$.

Bài 2: (*2,0 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*
Quãng đường từ A đến B dài 90km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Bài 3: (*2,0 điểm*)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3(x+1)+2(x+2y)=4\\4(x+1)-(x+2y)=9\end{cases}$.

b) Cho parabol $(P): y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx-\frac{1}{2}m^2+m+1$.

b1) Với $m=1$, xác định tọa độ giao điểm A, B của (d) và (P).

b2) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1-x_2|=2$.

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C (AB < AC, d không đi qua tâm O).

a) Chứng minh tứ giác AMON nội tiếp.

b) Chứng minh $AN^2 = AB.AC$. Tính độ dài đoạn thẳng BC khi AB = 4cm, AN = 6cm.

c) Gọi I là trung điểm BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh MT // AC.

d) Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại K. Chứng minh K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi và thỏa mãn điều kiện đầu bài.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c+ab+bc+ca=6abc$. Chứng minh: $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\geq 3$.

Đề thi vào 10 sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2015 – 2016

Bài 1: (*2,0 điểm*) Cho hai biểu thức:

TT BDVH KHAI TÂM

$$P=\frac{x+3}{\sqrt{x}-2} \text{ và } Q=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{5\sqrt{x}-2}{x-4} \text{ với } x>0,\ x\neq 4.$$

a) Tính giá trị biểu thức P khi $x=9$.

b) Rút gọn biểu thức Q.

c) Tìm x để $\frac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2: (*2,0 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*
Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Bài 3: (*2,0 điểm*)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2(x+y)+\sqrt{x+1}=4\\(x+y)-3\sqrt{x+1}=-5\end{cases}$.

b) Cho phương trình $x^2-(m+5)x+3m+6=0$ (x là ẩn số).

b$_1$) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m.

b$_2$) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Lấy điểm C trên đoạn thẳng AO (C khác A và O). Đường thẳng đi qua C vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại K. Gọi M là điểm bất kì nằm trên cung KB (M khác K và B). Đường thẳng CK cắt đường thẳng AM, BM lần lượt tại H và D. Đường thẳng BH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là N.

a) Chứng minh tứ giác ACMD nội tiếp.

b) Chứng minh CA.CB = CH.CD.

c) Chứng minh ba điểm A, N, D thẳng hàng và tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn đi qua trung điểm của DH.

d) Khi M di động trên cung KB, chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Với hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2+b^2=4$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M=\frac{ab}{a+b+2}$

Đề thi vào 10 sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2016 – 2017

Bài 1: (*2,0 điểm*) Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{7}{\sqrt{x}+8} \text{ và } B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\frac{2\sqrt{x}-24}{x-9} \text{ với } x\geq 0,\ x\neq 9.$$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=25$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tìm x để $P=A.B$ có giá trị là số nguyên.

Bài 2: (*2,0 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*
Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 720m^2. Nếu tăng chiều dài thêm 10m và giảm chiều rộng 6m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

Bài 3: (*2,0 điểm*)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{3x}{x-1}-\dfrac{2}{y+2}=4\\ \dfrac{2x}{x-1}+\dfrac{1}{y+2}=5\end{cases}$.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y=3x+m^2-1$ và parabol $(P): y=x^2$.

b$_1$) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b$_2$) Gọi x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm m để $(x_1+1)(x_2+1)=1$.

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn thẳng CO lấy điểm I (I khác C và O). Đường thẳng IA cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE.

a) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh $\dfrac{AB}{AE}=\dfrac{BD}{BE}$.

c) Đường thẳng d đi qua điểm E song song với AO, d cắt BC tại điểm K. Chứng minh HK // DC.

d) Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác BECF là hình chữ nhật.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Với các số thực x, y thỏa mãn $x-\sqrt{x+6}=\sqrt{y+6}-y$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+y$.

Đề thi vào 10 sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2017 – 2018

Bài 1: (*2,0 điểm*) Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5} \text{ và } B=\frac{3}{\sqrt{x}+5}+\frac{20-2\sqrt{x}}{x-25} \text{ với } x\ge 0,\ x\ne 25.$$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$.

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $A=B.|x-4|$.

Bài 2: (*2,0 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

TT BDVH KHAI TÂM

Một xe ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài 3: (*2,0 điểm*)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x}+2\sqrt{y-1}=5 \\ 4\sqrt{x}-\sqrt{y-1}=2 \end{cases}$.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=mx+5$.

b$_1$) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0;5)$ với mọi giá tị của m.

b$_2$) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol $(P): y=x^2$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 và $x_1 < x_2$ sao cho $|x_1| > |x_2|$.

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Gọi M, N lần lượt là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và cung nhỏ BC. Hai dây AN và CM cắt nhau tại điểm I. Dây MN cắt các cạnh AB và BC lần lượt tại các điểm H và K.

a) Chứng minh bốn điểm C, N, K, I cùng thuộc một đường tròn.
b) Chứng minh $NB^2 = NK.NM$.
c) Chứng minh tứ giác BHIK là hình thoi.
d) Gọi P và Q lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp tam giác MBK, tam giác MCK và E là trung điểm của đoạn PQ. Vẽ đường kính ND của đường tròn (O). Chứng minh ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Cho các số thực a, b, c thay đổi thỏa mãn $a \ge 1, b \ge 1, c \ge 1$ và $ab+bc+ca=9$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2+b^2+c^2$.

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2018 – 2019

Bài 1: (*2,0 điểm*) Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} \text{ và } B=\frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\frac{2}{\sqrt{x}+3} \text{ với } x\ge 0,\ x\ne 1.$$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

b) Chứng minh $B=\frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $\frac{A}{B}\ge\frac{x}{4}+5$.

Bài 2: (*2,0 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*
Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28m và độ dài đường chéo bằng 10m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó theo đơn vị mét.

Bài 3: (*2,0 điểm*)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}4x-|y+2|=3\\ x+2|y+2|=3\end{cases}$.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=m+2x+3$ và parabol $(P): y=x^2$.

b$_1$) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b$_2$) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt có các hoành độ là các số nguyên.

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho đường tròn (O; R) với dây cung AB không đi qua tâm. Lấy S là một điểm bất kì trên tia đối của tia AB (S khác A). Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SC, SD với đường tròn (O; R) sao cho điểm C nằm bên trên cung nhỏ AB (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

a) Chứng minh 5 điểm C, D, H, O, S thuộc đường tròn đường kính SO.

b) Khi SO = 2R, hãy tính độ dài đoạn thẳng SD theo R và tính số đo góc CSD.

c) Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng SC, cắt đoạn thẳng CD tại điểm K. Chứng minh tứ giác ADHK là tứ giác nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng SC.

d) Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng BD và F là hình chiếu vuông góc của điểm E trên đường thẳng AD. Chứng minh rằng khi điểm S thay đổi trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn thuộc đường tròn cố định.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+2\sqrt{x}$.

TT BỒI DƯỠNG VĂN HÓA KHAI TÂM

Đề thi vào 10 trường Lương Thế Vinh năm học 2013 – 2014

Bài 1: (*2,0 điểm*) Cho hai biểu thức: $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{2\sqrt{x}-1}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9}$.

a) Rút gọn P.

b) Tính P biết $x\left(4x+3\right)=1$.

c) Tìm x để $\left|P\right|>P$.

Bài 2: (*2,0 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*
Hai người thợ cùng làm một công việc trong 4 giờ 30 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 3 giờ và người thứ hai làm một mình trong 2 giờ thì tổng số họ làm được 50% công việc. Hỏi nếu mỗi người làm công việc đó một mình thì trong mấy giờ sẽ xong?

Bài 3: (*2,0 điểm*)

a) Cho phương trình $x^2-2\left(m+3\right)x+m^2+3=0$ (1).

a$_1$) Giải phương trình với $m=1$.

a$_2$) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=4$.

b) Tìm m để ba đường thẳng sau đồng quy: $\left(d_1\right):y=2x+1$, $\left(d_2\right):y=-3x+6$ và $\left(d_3\right):2mx-\left(m+1\right)y+5=0$.

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Điểm M tùy ý trên nửa đường tròn. Gọi N và P lần lượt là điểm chính giữa của cung AM và cung MB.

a) Chứng minh tam giác ONP vuông cân và suy ra dây NP có độ dài không đổi.

b) Tính diện tích hình viên phân được tạo thành bởi dây NP và cung nhỏ NP.

c) Gọi các giao điểm của AP và BN là E, tia AN và BP là C, tia CE và AB là D. Chứng minh các tứ giác CNEP và DONP nội tiếp được.

d) Tìm quỹ tích trọng tâm G của tam giác ABC khi điểm M chạy trên nửa đường tròn tâm O.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Cho $-2\le a,b,c\le 3$ và $a^2+b^2+c^2=22$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a+b+c$.

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 trường Lương Thế Vinh năm học 2014 – 2015

Bài 1: (*2,0 điểm*) Với $x \geq 0,\ x \neq 1$ và $x \neq 4$, cho hai biểu thức sau:

$$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{9\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}-6} \text{ và } B = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}.$$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của biểu thức A khi x thỏa mãn $x^2 - 20x + 64 = 0$.

c) Chứng minh rằng khi $A > 0$ thì $B \geq 3$.

Bài 2: (*2,0 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*
Cho một số tự nhiên có hai chữ số. Biết rằng tổng các chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 12. Nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì sẽ được một số mới lớn hơn số ban đầu 27 đơn vị. Tìm số ban đầu.

Bài 3: (*2,0 điểm*) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2(m-1)x + 3 - 2m$.

a) Vẽ parabol (P) trên mặt phẳng tọa độ và tìm điểm A thuộc (P) có hoành độ bằng 2.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{10}$.

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm O, đường kính AD (B thuộc cung nhỏ AC). Gọi giao điểm của hai đường chéo AE và BD là H. Kẻ HK vuông góc với AD tại K.

a) Chứng minh các tứ giác ABHK và CDKH nội tiếp.

b) Tia BK cắt (O) tại điểm thứ hai là F. Chứng minh CF // HK.

c) Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCK.

d) Gọi P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của F trên các đường thẳng AB, BD. Chứng minh rằng đường thẳng PQ đi qua trung điểm của đoạn thẳng CF.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Cho các số a, b, c thỏa mãn $2(b^2 + bc + c^2) = 3(3 - a^2)$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a + b + c$.

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 trường Lương Thế Vinh năm học 2016 – 2017

Bài 1: (*2,0 điểm*) Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{1}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2} \text{ và } B=\frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1} \text{ với } x\ge 0,\ x\ne 1.$$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Khi $B=\frac{3}{4}$ hãy tính giá trị của A.

c) Tìm các giá trị của m biết $x+\sqrt{4x-1}=A\left(\sqrt{x}+2\right)-\frac{5}{4}$.

Bài 2: (*2,0 điểm*) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*
Hai lớp 9A và 9B có tổng số 71 học sinh. Trong đợt quyên góp sách vở ủng hộ các bạn học sinh vùng cao, trung bình mỗi bạn lớp 9A ủng hộ 3 quyển, mỗi bạn lớp 9B ủng hộ 4 quyển. Vì vậy, cả hai lớp quyên góp được tổng số 249 quyển. Tính số học sinh của mỗi lớp.

Bài 3: (*2,0 điểm*)

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=(m+3)x-m-2$ và parabol $(P): y=x^2$.

a$_1$) Vẽ (P).

a$_2$) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\left(x^2-3x\right)(x-2m)-2x+6=0$.

b) Tìm m để phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt m.

Bài 4: (*3,5 điểm*) Cho đường tròn (O; R) và điểm A cố định nằm ngoài đường tròn sao cho OA = 2R. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Điểm M thuộc cung nhỏ BC, gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên BC, AB, AC. MB cắt IK tại E, MC cắt HI tại F.

a) Chứng minh các tứ giác BIMK và CIMH nội tiếp.

b) Tính theo R diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi các bán kính OB, OC và cung nhỏ BC.

c) Chứng minh MI^2 = MH.MK.

d) Gọi giao điểm thứ hai của đường tròn ngoại tiếp tam giác MEK và đường tròn ngoại tiếp tam giác MFH là N. Chứng minh MN luôn đi qua một điểm cố định khi M chạy trên cung nhỏ BC.

Bài 5: (*0,5 điểm*) Cho hai số dương x, y thỏa mãn $x+y\ge 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{4x^2+6x+9}{2x}+\frac{17y^2+50}{10y}.$$

TT BỒI DƯỠNG VĂN HÓA KHAI TÂM

Đề thi vào 10 chuyên sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2014 – 2015

Bài 1: (*2,0 điểm*)

a) Giải phương trình $x\left(5x^3+2\right)-2\left(\sqrt{2x+1}-1\right)=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2\left(4y+1\right)-2y=-3 \\ x^2\left(x^2-12y\right)+4y^2=9 \end{cases}$.

Bài 2: (*2,5 điểm*)

a) Chứng minh nếu n là số nguyên dương thì $25^n+7^n-4^n\left(3^n+5^n\right)$ chia hết cho 65.

b) Tìm các cặp số nguyên $\left(x;y\right)$ thỏa mãn $x^2y+xy-2x^2-3x+4=0$.

c) Tìm các bộ số tự nhiên $\left(a_1,\ a_2,\ ....,\ a_{2014}\right)$ thỏa mãn $\begin{cases} a_1+a_2+...+a_{2014}\ge 2014^2 \\ a_1^2+a_2^2+...+a_{2014}^2\le 2014^3+1 \end{cases}$.

Bài 3: (*1,5 điểm*) Với ba số dương $x,\ y,\ z$ thỏa mãn $x+y+z=1$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$Q=\frac{x}{x+\sqrt{x+yz}}+\frac{y}{y+\sqrt{y+zx}}+\frac{z}{z+\sqrt{z+xy}}.$$

Bài 4: (*3,0 điểm*) Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O), H là trung điểm của BC. M là điểm bất kì thuộc đoạn thẳng BH (M khác B). Lấy điểm N thuộc đoạn thẳng CA sao cho CN = BM. Gọi I là trung điểm của MN.

a) Chứng minh bốn điểm O, M, H, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi P là giao điểm của OI và AB. Chứng minh tam giác MNP là tam giác đều.

c) Xác định vị trí của điểm M để tam giác IAB có chu vi nhỏ nhất.

Bài 5: (*1,0 điểm*) Cho bảng ô vuông kích thước 3 x n (3 hàng, n cột, n là số tự nhiên lớn hơn 1) được tạo bởi các ô vuông nhỏ kích thước 1 x 1. Mỗi ô vuông nhỏ được tô bởi một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Tìm số n bé nhất để với mỗi cách tô màu như thế luôn tìm được hình chữ nhật tạo bởi các ô vuông nhỏ sao cho 4 ô vuông nhỏ ở 4 góc của hình chữ nhật đó cùng màu.

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 chuyên sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2015 – 2016

Bài 1: (*2,0 điểm*)

a) Giải phương trình $x-\sqrt{x-8}-3\sqrt{x}+1=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x^3+2y^3=10x-10y \end{cases}$.

Bài 2: (*2,5 điểm*)

a) Cho số nguyên dương n thỏa mãn $(n,10)=1$. Chứng min rằng $(n^4-1)\vdots 40$.

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p và số nguyên dương x, y thỏa mãn $\begin{cases} p-1=2x(x+2) \\ p^2-1=2y(y+2) \end{cases}$.

c) Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho tồn tại các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $x^3+y^3+z^3=nx^2y^2z^2$.

Bài 3: (*1,5 điểm*) Cho hai số thực dương thỏa mãn: $(a+b)(b+c)(c+a)=1$. Chứng minh rằng: $ab+ac+bc\le\frac{3}{4}$.

Bài 4: (*3,0 điểm*) Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AM, BN, CP cắt nhau tại H. Gọi Q là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC. Gọi E, F là điểm đối xứng của Q qua AB, AC.

a) Chứng minh rằng MH.MA = MP.MN.

b) Chứng minh rằng E, F, H thẳng hàng.

c) Gọi J là giao điểm của QE và AB. Gọi I là giao điểm của QF và AC. Tìm vị trí của Q trên cung nhỏ BC để $\frac{AB}{QJ}+\frac{AC}{QI}$ nhỏ nhất.

Bài 5: (*1,0 điểm*) Chứng minh rằng tồn tại các số nguyên a, b, c sao cho $0<\left|a+b\sqrt{2}+c\sqrt{3}\right|<\frac{1}{1000}$.

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 chuyên sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2016 – 2017

Bài 1: (*2,0 điểm*)

a) Giải phương trình $x^4-2x^3+x-\sqrt{2\left(x^2-x\right)}=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2+2y-4x=0\\4x^2-4xy^2+y^4-2y+4=0\end{cases}$.

Bài 2: (*2,5 điểm*)

a) Cho các số thực a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn $a^3+b^3+c^3=3abc$ và $abc\neq 0$.

Tính $P=\dfrac{ab^2}{a^2+b^2-c^2}+\dfrac{bc^2}{b^2+c^2-a^2}+\dfrac{ca^2}{c^2+a^2-b^2}$

b) Tìm tất cả các cặp số tự nhiên $\left(x;y\right)$ thỏa mãn $2^x x^2=9y^2+6y+16$.

Bài 3: (*1,5 điểm*)

a) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=3$. Chứng minh

$$\frac{2a^2}{a+b^2}+\frac{2b^2}{b+c^2}+\frac{2c^2}{c+a^2}\geq a+b+c.$$

b) Cho số nguyên dương n thỏa mãn $2+2\sqrt{12n^2+1}$ là số nguyên. Chứng minh $2+2\sqrt{12n^2+1}$ là số chính phương.

Bài 4: (*3,0 điểm*) Cho tam giác ABC nhọn có AB < AC và nội tiếp (O). Các đường cao BB', CC' cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC. Tia MH cắt (O) tại P.

a) Chứng minh rằng hai tam giác BPC' và CPB' đồng dạng.

b) Các đường phân giác của các góc BPC' và CPB' lần lượt cắt AB, AC tại R, F. Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF, K là giao điểm của HM và AO'. Chứng minh tứ giác PEKF nội tiếp.

c) Chứng minh các tiếp tuyến tại E, F của (O') cắt nhau tại một điểm nằm trên (O).

Bài 5: (*1,0 điểm*) Cho 2017 số hữu tỉ dương được viest trên một đường tròn. Chứng minh tồn tại 2 số được viết cạnh nhau trên đường tròn sao cho khi bỏ 2 số đó thì 2015 số còn lại không thể chia thành hai nhóm mà tổng các số ở mỗi nhóm bằng nhau.

TT BỒI DƯỠNG VĂN HÓA KHAI TÂM

Đề thi vào 10 chuyên sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2017 – 2018

Bài 1: (*2,0 điểm*)

a) Giải phương trình $\sqrt{6x-x^2}+2x^2-12x+15=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x^2=y+\dfrac{3}{y} \\ 4y^2=x+\dfrac{3}{x} \end{cases}$.

Bài 2: (*2,5 điểm*)

a) Cho p là một số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh $2017-p^2$ chia hết cho 24.

b) Tìm tất cả các cặp số tự nhiên $(x;y)$ thỏa mãn $x^3+y^3-9xy=0$.

c) Cho a, b, c là các số nguyên dương. Chứng minh $a+b+2\sqrt{ab+c^2}$ không phải là số nguyên tố.

Bài 3: (*1,5 điểm*) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=3$. Chứng minh

$$\frac{x}{3-yz}+\frac{y}{3-zx}+\frac{z}{3-xy}\le\frac{3}{2}.$$

Bài 4: (*3,0 điểm*) Cho tam giác ABC nhọn có AB < AC và nội tiếp (O). Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC, D là hình chiếu của I trên đường thẳng BC và G là giao điểm thứ hai của đường thẳng AD với đường tròn (O). Gọi F là điểm chính giữa cung lớn BC của đường tròn (O). Đường thẳng FG cắt đường thẳng ID tại H.

d) Chứng minh tứ giác IBHC là tứ giác nội tiếp.

e) Gọi J là giao điểm thứ hai của đường thẳng AI với đường tròn ngoại tiếp tam giác BIC. Chứng minh BH = CJ.

f) Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng FH với đường tròn ngoại tiếp tam giác BIC. Chứng minh đường thẳng NJ đi qua trung điểm của cạnh BC.

Bài 5: (*1,0 điểm*) Xét tập hợp S gồm các số nguyên dương có tính chất: với 2 phần tử phân biệt bất kì x, y thuộc S, ta luôn có $30|x-y|\ge xy$. Hỏi tập hợp S có thể có nhiều nhất bao nhiêu phần tử?

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 chuyên sở giáo dục và đào tạo Hà Nội năm học 2018 – 2019

Bài 1: (*2,0 điểm*)

a) Giải phương trình $x^2+3x+8=x+5\sqrt{x^2+x+2}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} y^2-2xy=8x^2-6x+1 \\ y^2=x^3+8x^2-x+1 \end{cases}$.

Bài 2: (*2,5 điểm*)

a) Cho p, q là hai số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh $p^4+2019q^4$ chia hết cho 20.

b) Cho các số nguyên dương a, b, c, d thỏa mãn $a<b\le c<d$ và $\sqrt{d}-\sqrt{a}\le 1$.

b1) Chứng minh $a+d>b+c$.

b2) Chứng minh a là một số chính phương.

Bài 3: (*1,5 điểm*)

a) Với x, y, z là các số thực thỏa mãn $xyz=1$. Chứng minh

$$\frac{1}{xy+x+1}+\frac{1}{yz+y+1}+\frac{1}{zx+z+1}=1.$$

b) Với x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{1}{\sqrt{2x^2+y^2+3}}+\frac{1}{\sqrt{2y^2+z^2+3}}+\frac{1}{\sqrt{2z^2+x^2+3}}$.

Bài 4: (*3,0 điểm*) Cho tứ giác ABCD (không có 2 cạnh nào song song) nội tiếp đường tròn (O). Các tia BA và CD cắt nhau tại điểm F. Gọi E là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Vẽ hình bình hành AEDK.

a) Chứng minh tam giác FKD đồng dạng với tam giác FEB.

b) Gọi M, N tương ứng là trung điểm của các cạnh AD, BC. Chứng minh đường thẳng MN đi qua trung điểm của đoạn thẳng EF.

c) Chứng minh đường thẳng EF tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp của tam giác EMN.

Bài 5: (*1,0 điểm*) Cho tập hợp $S=\{x\in\mathbb{N}\mid 1\le x\le 50\}$. Xét A là một tập con bất kì của tập hợp S và có tính chất: không có 3 phần tử nào của tập hợp A là số đo độ dài 3 cạnh của 1 tam giác vuông.

a) Tìm tập hợp A có đúng 40 phần tử và thỏa mãn điều kiện đề bài.

b) Có hay không 1 tập hợp A có đúng 41 phần tử và thỏa mãn điều kiện đề bài? Hãy giải thích câu trả lời.

Đề thi vào 10 trường chuyên Đại học sư phạm Hà Nội năm học 2016 – 2017

Bài 1: (*2,0 điểm*) Cho biểu thức $P=\left(\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}+\frac{1-a}{\sqrt{1-a^2}-1+a}\right)\left(\sqrt{\frac{1}{a^2}-1}-\frac{1}{a}\right)$ với $0<a<1$. Chứng minh $P=-1$.

Bài 2: (*2,5 điểm*) Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2mx - 1$ (m là tham số).

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 1$.

b) Chứng minh rằng với mỗi giá trị của m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi y_1, y_2 là tung độ của A và B. Tìm m sao cho $\left|y_1^2 + y_2^2\right| = 3\sqrt{5}$.

Bài 3: (*1,5 điểm*) Một người đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 120km. Vận tốc trên $\frac{3}{4}$ quang đường AB đầu không đổi, vận tốc trên $\frac{1}{4}$ quãng đường AB sau bằng $\frac{1}{2}$ vận tốc trên $\frac{3}{4}$ quãng đường AB đầu. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút và trở lại A với vận tốc lớn hơn vận tốc trên $\frac{3}{4}$ quãng đường AB đầu tiên lúc đi là 10km/h. Thời gian kể từ lúc xuất phát tại A đến khi xe trở về A là 8,5 giờ. Tính vận tốc của xe máy trên quãng đường người đo đi từ B về A.

Bài 4: (*3,0 điểm*) Cho 3 điểm A, M, B phân biệt, thẳng hàng và M nằm giữa A, B. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB, dựng 2 tam giác đều AMC và BMD. Gọi P là giao điểm của AD và BC.

a) Chứng minh AMPC và BMPD là các tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\sqrt{CP.CB} + \sqrt{DP.DA} = AB$.

c) Đường thẳng nói tâm của hai đường tròn ngoại tiếp 2 tứ giác AMPC và BMPD cắt PA, PB tương ứng tại E, F. Chứng minh CDFE là hình thang.

Bài 5: (*1,0 điểm*) Cho a, b, c là các số thực không âm và thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng $\sqrt{5a+4} + \sqrt{5b+4} + \sqrt{5c+4} \geq 7$.

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 trường chuyên Đại học sư phạm Hà Nội năm học 2017 – 2018

Bài 1: (*1,5 điểm*) Cho các số dương a, b, c, d. Chứng minh rằng trong 4 số $a^2+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$, $b^2+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}$, $c^2+\frac{1}{d}+\frac{1}{a}$, $d^2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ có ít nhất 1 số không nhỏ hơn 3.

Bài 2: (*1,5 điểm*) Giải phương trình:

$$\sqrt{\left(x^2+2x\right)^2+4\left(x+1\right)^2}-\sqrt{x^2+\left(x+1\right)^2+\left(x^2+x\right)^2}=2017.$$

Bài 3: (*1,5 điểm*)

a) Tìm tất cả các số nguyên dương a, b, c, d thỏa mãn $a^2=b^3$, $c^3=d^4$, $a=d+98$.

b) Tìm tất cả các số thực x sao cho trong 4 số $x-\sqrt{2}$, $x^2+2\sqrt{2}x$, $x-\frac{1}{x}$, $x+\frac{1}{x}$ có đúng 1 số không phải là số nguyên.

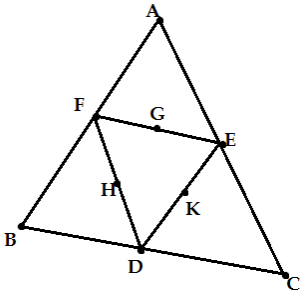
Bài 4: (*3,0 điểm*) Cho đường tròn (O) bán kính R và một điểm M nằm ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (O) (A, B là 2 tiếp điểm). Trên đoạn thẳng AB lấy điểm C (C khác A và B). Gọi I, K là trung điểm MA, MC. Đường thẳng KA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D.

d) Chứng minh $KO^2 – KM^2 = R^2$.

e) Chứng minh tứ giác BCDM là tứ giác nội tiếp.

f) Gọi E là giao điểm thứ hai của đường thẳng MD với (O) và N là trung điểm của KE, đường thẳng KE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F. Chứng minh rằng 4 điểm I, A, N, F cùng nằm trên 1 đường tròn.

Bài 5: (*1,0 điểm*) Xét hình bên: ta viết các số 1, 2, 3,…, 9 vào vị trí của 9 điểm trong hình vẽ bên sao cho mỗi số chỉ xuất hiện đúng một lần và tổng 3 số trên 1 cạnh của tam giác bằng 18. Hai cách viết được gọi là như nhau nếu bộ số viết ở các điểm (A, B, C, D, E, F, G, K) của mỗi cách là trùng nhau. Hỏi có bao nhiêu cách viết phân biệt? Tại sao?



Đề thi vào 10 trường chuyên KHTN – Đại học Quốc gia Hà Nội năm học 2016 – 2017

Bài 1: (*3,5 điểm*)

a) Giải hệ $\begin{cases} x^3+y^3+xy(x+y)=4 \\ (xy+1)(x^2+y^2)=4 \end{cases}$.

b) Giải phương trình $\sqrt{7x+2}-\sqrt{5-x}=\dfrac{8x-3}{5}$.

Bài 2: (*2,5 điểm*)

a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho tồn tại cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} 2+mxy^2=3m \\ 2+m(x^2+y^2)=6m \end{cases}$.

b) Với x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện $0<x\le y\le 2$, $2x+y\ge 2xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^2(x^2+1)+y^2(y^2+1)$.

Bài 3: (*3,0 điểm*) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) với AB < AC. Phân giác của góc BAC cắt BC tại D và cắt (O) tại E khác A. M là trung điểm của đoạn thẳng AD. Đường thẳng BM cắt (O) tại P khác B. Giả sử các đường thẳng EP và AC cắt nhau tại N.

a) Chứng minh rằng tứ giác APNM nội tiếp và N là trung điểm của cạnh AC.

b) Giả sử đường tròn (K) ngoại tiếp tam giác EMN cắt đường thẳng AC tại Q khác N. Chứng minh rằng B và Q đối xứng nhau qua AE.

c) Giả sử (K) cắt đường thẳng BM tại R khác M. Chứng minh rằng RA vuông góc với RC.

Bài 4: (*1,0 điểm*) Số nguyên a được gọi là số "đẹp" nếu với mọi cách sắp xếp theo thứ tự tùy ý của 100 số 1, 2, 3,…, 100 luôn tồn tạo 10 số liên tiếp có tổng không nhỏ hơn a. Tìm số "đẹp" lớn nhất.

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 trường chuyên KHTN – Đại học Quốc gia Hà Nội năm học 2016 – 2017

Bài 1: (*3,5 điểm*)

a) Giải hệ $\begin{cases} x^2+4y^2=5 \\ 4x^2y+8xy^2+5x+10y=1 \end{cases}$.

b) Giải phương trình $\sqrt{5x^2+6x+5}=\dfrac{64x^3+4x}{5x^2+6x+6}$.

Bài 2: (*2,5 điểm*)

a) Với x, y là các số nguyên dương thỏa mãn $\dfrac{x^2-1}{2}=\dfrac{y^2-1}{3}$. Chứng minh rằng x^2-y^2 chia hết cho 40.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x^4+2x^2=y^3$.

Bài 3: (*3,0 điểm*) Cho hình vuông ABCD nội tiếp (O). P là điểm thuộc cung nhỏ AD của (O) và P khác A, D. Các đường thẳng PB, PC lần lượt cắt đường thẳng AD tại M, N. Đường trung trực của AM cắt các đường thẳng AC, PB lần lượt tại E, K. Đường trung trực của DN cắt các đường thẳng BD, PC lần lượt tại F, L.

a) Chứng minh 3 điểm K, O, L thẳng hàng.

b) Chứng minh đường thẳng PO đi qua trung điểm của EF.

c) Giả sử đường thẳng EK cắt đường thẳng BD tại S, các đường thẳng FL và AC cắt nhau tại T, đường thẳng ST cắt các đường thẳng PC, PB lần lượt tại U, V. Chứng minh rằng 4 điểm K, L, U, V cùng thuộc một đường tròn.

Bài 4: (*1,0 điểm*) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n\geq 3$ luôn tồn tại một các xếp bộ n số $1, 2, ..., n$ thành $x_1, x_2, ..., x_n$ sao cho $x_j\neq\dfrac{x_i+x_k}{2}$, với mọi bộ chỉ số $(i; j; k)$ mà $1\leq i<j<k\leq n$.

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 trường chuyên KHTN – Đại học Quốc gia Hà Nội năm học 2017 – 2018

Bài 1: (*3,5 điểm*)

a) Giải hệ $\begin{cases} x^2+y^2-xy=1 \\ x+x^2y=2y^3 \end{cases}$.

b) Giải phương trình $2(x+1)\sqrt{x+1}=\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}\right)\left(2-\sqrt{1-x^2}\right)$.

Bài 2: (*2,5 điểm*)

a) Chứng minh rằng không tồn tại các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức $12x^2+26xy+15y^2=4617$.

b) Với a, b là các số thực dương, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$M=(a+b)\left(\frac{1}{a^3+b}+\frac{1}{b^3+a}\right)-\frac{1}{ab}.$$

Bài 3: (*3,0 điểm*) Cho hình thoi ABCD có góc BAD nhọn. Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABD tiếp xúc với BD, BA lần lượt tại J, L. Trên đường thẳng LJ lấy điểm K sao cho BK song song với ID.

a) Chứng minh rằng góc CBK bằng góc ABI.

b) Chứng minh rằng KC vuông góc với KB.

c) Chứng minh rằng 4 điểm C, K, I, L cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 4: (*1,0 điểm*) Tìm tập hợp số nguyên dương n sao cho tồn tại 1 cách sắp xếp các số $1, 2, ..., n$ thành $a_1, a_2, ..., a_n$ mà khi chia các số $a_1, a_1a_2, a_1a_2a_3, ..., a_1a_2...a_n$ cho n ta được các số dư đôi một khác nhau.

TT BDVH KHAI TÂM

Đề thi vào 10 trường chuyên KHTN – Đại học Quốc gia Hà Nội năm học 2017 – 2018

Bài 1: (*3,5 điểm*)

a) Giải hệ $\begin{cases} x+y=\sqrt{x+3y} \\ x^2+y^2+xy=3 \end{cases}$.

b) Với a, b là các số thực dương thỏa mãn $a+b+ab=1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{1+a^2}+\frac{b}{1+b^2}=\frac{1+ab}{\sqrt{2\left(1+a^2\right)\left(1+b^2\right)}}.$$

Bài 2: (*2,5 điểm*)

a) Giả sử p, q là hai số nguyên thỏa mãn đẳng thức $p\left(p-1\right)=q\left(q^2-1\right)$(*).

a1) Chứng minh rằng tồn tại số nguyên dương K sao cho $p-1=kq, q^2-1=kp$.

a2) Tìm tất cả các số nguyên tố p, q thỏa mãn đẳng thức (*).

b) Với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $ab+bc+ca+abc=2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M=\frac{a+1}{a^2+2a+2}+\frac{b+1}{b^2+2b+2}+\frac{c+1}{c^2+2c+2}.$$

Bài 3: (*3,0 điểm*) Cho tam giác ABC nhọn với AB < AC. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh CA, AB. Trung trực của đoạn thẳng EF cắt BC tại D. Giả sử điểm P nằm trong góc EAF và nằm ngoài tam giác AEF sao cho góc PEC bằng góc DEF, góc PFB bằng góc DFE. PA cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác PEF tại Q khác P.

a) Chứng minh rằng góc EQF bằng tổng hai góc BAC và EDF.

b) Tiếp tuyến tại P của đường tròn ngoại tiếp tam giác PEF cắt các đường thẳng CA, AB lần lượt tại M, N. Chứng minh rằng 4 điểm C, M, B, N cùng nằm trên một đường tròn (K).

c) Chứng minh rằng đường tròn (K) tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF.

Bài 4: (*1,0 điểm*) Cho $n\geq 5$ là số nguyên dương. Xét một đa giác lồi n cạnh. Người ta muốn kẻ số đường chéo của đa giác mà các đường chéo này chia đa giác đã cho thành đúng k miền, mỗi miền là một ngũ giác lồi (2 miền bất kì không có điểm trong chung).

a) Chứng minh rằng ta có thể thực hiện được với $n=2018, k=272$.

b) Với $n=2017, k=672$ ta có thể thực hiện được không? Hãy giải thích.

TT BỒI DƯỠNG KHAI TÂM