



A. Unsur-Unsur Bidang Datar

Bidang datar merupakan objek yang sering kita jumpai di lingkungan sekitar, bisa lingkungan rumah, sekolah, taman, kebun dan lain-lain. Di dalam lingkungan tersebut terdapat bermacam-macam benda/objek dengan berbagai bentuk, diantaranya ada yang berupa bidang datar. Benda/objek berupa bidang datar yang ada di lingkungan tersebut memiliki unsur-unsur pembentuknya, unsur tersebut adalah titik dan segmen garis.

Titik adalah unsur geometri yang paling sederhana, dan biasa dinyatakan dengan tanda noktah “•” dan diberi nama dengan huruf kapital (A, B, C, ...).

Garis adalah himpunan titik-titik yang tidak memiliki ujung dan pangkal, biasanya dinotasikan dengan \overleftrightarrow{AB} yang berarti *garis AB*.

Sinar Garis adalah himpunan titik-titik yang memiliki pangkal tetapi tidak memiliki ujung, biasanya dinotasikan dengan \overrightarrow{AB} yang berarti *sinar garis AB*.

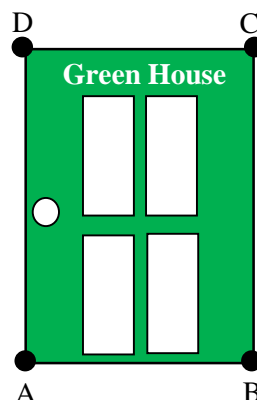
Segmen garis adalah himpunan titik-titik yang memiliki ujung dan pangkal, biasanya dinotasikan dengan \overline{AB} yang berarti *segmen garis AB*.

Unrus-unsur gemetri tersebut membentuk berbagai macam bentuk bidang datar yang sering dijumpai seperti *persegi*, *persegi panjang*, *jajar genjang*, *trapesium*, *layang-layang*, *belah ketupat*, *segitiga*, *lingkaran* dan lain-lain.

Sebagai contoh kita akan mengidentifikasi sebuah pintu dari green house, dimana green house berfungsi sebagai tempat pembenihan maupun karantina tanaman yang bermanfaat untuk lingkungan hidup. Pintu dari green house tersebut berbentuk persegi panjang seperti gambar disamping,

Dari gambar tersebut diperoleh:

1. 4 titik yakni *Titik A*, *Titik B*, *Titik C* dan *Titik D*.
2. 4 segmen garis yakni \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DA}
3. Bidang datar tersebut (pintu) dapat diberi nama *persegi panjang ABCD*



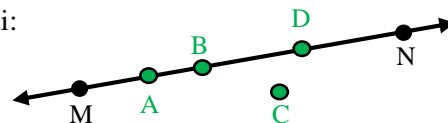
B. Kedudukan Antar Titik dan Garis pada Bidang

Setelah mengetahui unsur-unsur pada bidang datar dan menemukan berbagai bentuk bidang datar pada lingkungan sekitar. Selanjutnya adalah mempelajari kedudukan dari unsur-unsur tersebut. Kedudukan-kedudukan unsur-unsur bidang datar tersebut adalah:

1. Titik terletak pada garis

Untuk lebih memahami perhatikan gambar disamping, diketahui:

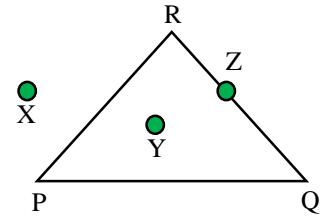
- *Titik A*, *B* dan *D* terletak pada \overleftrightarrow{MN}
- *Titik C* terletak diluar \overleftrightarrow{MN}



2. Titik terletak pada bidang

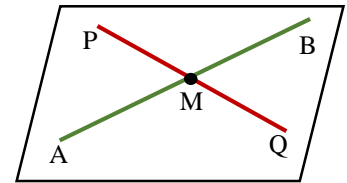
Untuk lebih memahami perhatikan gambar disamping, diketahui:

- Titik X terletak “di luar” $\triangle PQR$
- Titik Y terletak “di dalam” $\triangle PQR$
- Titik Z terletak “pada” $\triangle PQR$



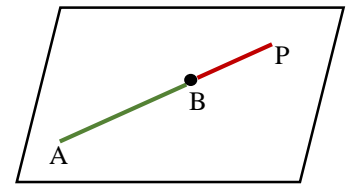
3. Dua garis yang saling berpotongan

Dua garis dikatakan saling berpotongan jika terletak pada bidang yang sama dan bertemu pada satu titik. Untuk lebih paham perhatikan gambar disamping. \overline{AB} berpotongan dengan \overline{PQ} di titik M .



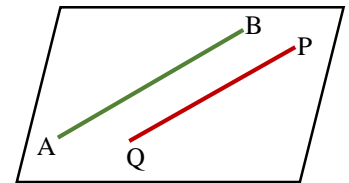
4. Dua garis yang berimpit

Garis-garis berimpit merupakan beberapa garis yang terletak pada satu garis lurus dan terletak pada bidang yang sama. Untuk lebih memahami perhatikan gambar disamping. \overline{AB} berimpit dengan \overline{BQ} .



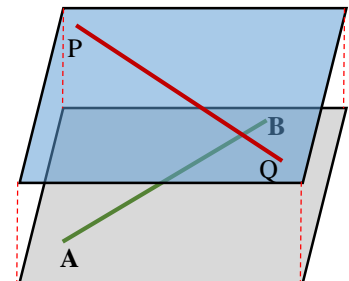
5. Dua garis saling sejajar

Dua garis dikatakan sejajar apabila kedua garis tidak bertemu atau berpotongan, jarak antar garis selalau tetap dan terletak pada bidang yang sama. Untuk lebih memahami perhatikan gambar disamping. \overline{AB} sejajar dengan \overline{PQ} .



6. Dua garis saling bersilangan

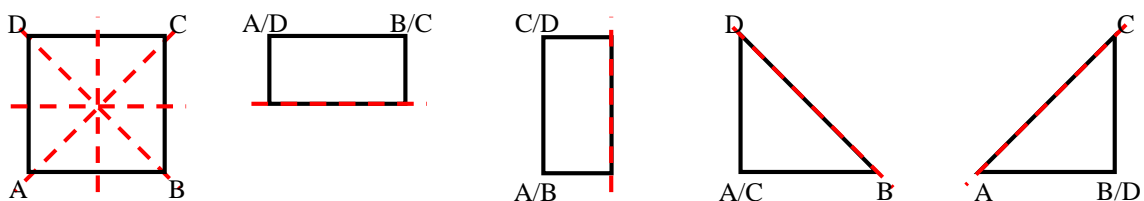
Dua garis dikatakan bersilangan jika kedua garis terletak pada bidang yang berbeda serta tidak sejajar dan tidak berpotongan. Untuk lebih memahami perhatikan gambar disamping. \overline{AB} bersilangan dengan \overline{PQ} .



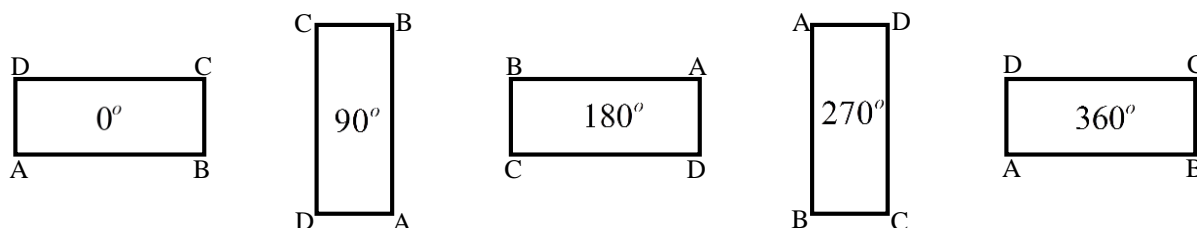
C. Sifat Simetris Geometri Bidang Datar

Simetris adalah sifat yang membagi atau membentuk sesuatu menjadi bagian yang sama besar. Sifat simetris pada bangun datar ada dua yakni *simetri lipat* dan *simetri putar*.

Simetri lipat adalah banyaknya lipatan yang bisa dibentuk dari bidang datar menjadi dua bagian yang sama besar. Contoh bangun *persegi* memiliki empat simetri lipat, untuk lebih jelas perhatikan gambar berikut.



Simetri putar adalah banyaknya putaran yang dapat dilakukan terhadap suatu bidang datar dimana titik putarannya terletak pada titik berat bidang datar dan hasil putarannya membentuk pola yang sama sebelum diputar, namun bukan kembali ke posisi semula. Contoh bangun *persegi panjang* memiliki dua simetri putar, untuk lebih jelasnya perhatikan gambar berikut,



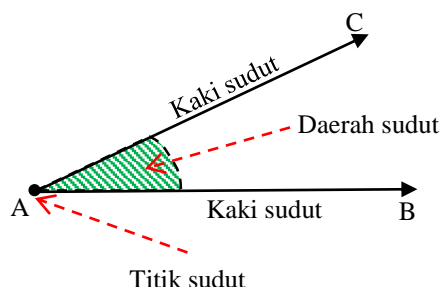
Dari gambar diperoleh dua sudut putar yang menghasilkan bentuk sesuai bentuk awal yakni sudut putar 180° dan sudut putar 360° , jadi persegi panjang memiliki dua simetri putar.

D. Sifat Sudut Geometri Bidang Datar

1. Pengertian dan komponen sudut

Sudut merupakan daerah yang dibentuk oleh dua sinar garis dengan pangkal yang sama. Sudut memiliki beberapa komponen pembentuk sebagai berikut:

- Titik sudut : titik A adalah titik sudut
- Kaki sudut : \overrightarrow{AB} dan \overrightarrow{AC} adalah kaki sudut
- Daerah sudut : Bagian yang diarsir adalah daerah sudut atau besar sudut.



Untuk sudut tersebut diberi nama $\angle BAC$ atau $\angle A$. Satuan untuk sudut adalah *derajat* ($^\circ$) atau π *radian*, contoh sudut dengan besar $90^\circ = \frac{1}{2} \pi$ *radian* karena $180^\circ = 1 \pi$ *radian*.

2. Jenis-jenis sudut

Menurut besarnya sudut dibagi menjadi lima jenis sudut, sudut-sudut tersebut adalah,

- Sudut lancip
Sudut lancip adalah sudut yang memiliki besar sudut antara $0^\circ - 90^\circ$
- Sudut siku-siku
Sudut siku-siku adalah sudut yang memiliki besar sudut 180°
- Sudut tumpul
Sudut tumpul adalah sudut yang memiliki besar sudut antara $90^\circ - 180^\circ$
- Sudut lurus
Sudut lurus adalah sudut yang memiliki besar sudut 180°
- Sudut Refleks
Sudut refleks adalah sudut yang memiliki besar sudut antara $180^\circ - 360^\circ$

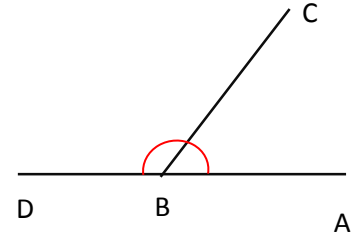
3. Hubungan antar sudut

a. Sudut yang saling berpelurus (bersuplemen)

Jumlah dua buah sudut yang saling berpelurus adalah 180°

Dari gambar disamping menunjukkan $\angle CBD$ merupakan pelurus dari $\angle ABC$, atau $\angle ABC$ merupakan pelurus dari $\angle CBD$.

$$\angle ABC + \angle CBD = 180^\circ$$

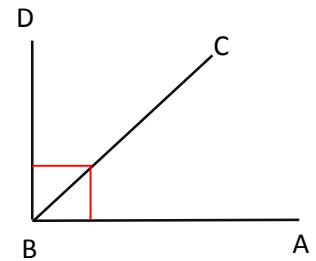


b. Sudut yang saling berpenyiku (berkomplemen)

Jumlah dua buah sudut yang saling berpenyiku adalah 90° .

Dari gambar disamping menunjukkan $\angle CBD$ merupakan penyiku dari $\angle ABC$, atau $\angle ABC$ merupakan penyiku dari $\angle CBD$.

$$\angle ABC + \angle CBD = 90^\circ$$

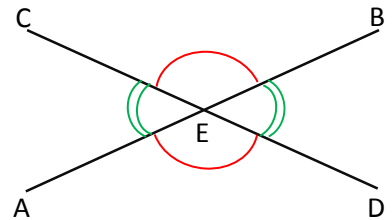


c. Sudut yang saling bertolak belakang

Dua sudut yang bertolak belakang sama besar.

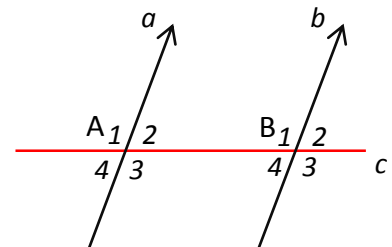
$\angle AED$ bertolak belakang dengan $\angle BEC$, maka $\angle AED = \angle BEC$.

$\angle AEC$ bertolak belakang dengan $\angle BED$, maka $\angle AEC = \angle BED$.



4. Sudut-sudut pada dua garis sejajar yang dipotong garis lain

Jika dua garis sejajar dipotong garis lain maka akan terbentuk sudut-sudut dengan sifat-sifat tertentu, perhatikan gambar disamping. Pada gambar tersebut garis a sejajar dengan garis b yang dipotong garis c maka diperoleh sudut-sudut pada dua garis sejajar yang dipotong garis lain dengan sifat sebagai berikut :



a. Sudut sehadap

Sudut sehadap, yaitu sudut yang menghadap arah yang sama.

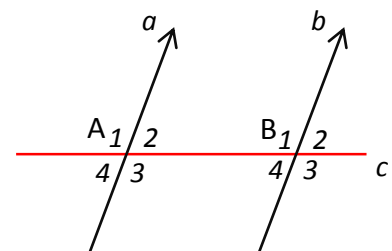
Besar sudut sehadap adalah sama.

$\angle A_1$ sehadap dengan $\angle B_1$, maka besar $\angle A_1 = \angle B_1$.

$\angle A_2$ sehadap dengan $\angle B_2$, maka besar $\angle A_2 = \angle B_2$.

$\angle A_3$ sehadap dengan $\angle B_3$, maka besar $\angle A_3 = \angle B_3$.

$\angle A_4$ sehadap dengan $\angle B_4$, maka besar $\angle A_4 = \angle B_4$.

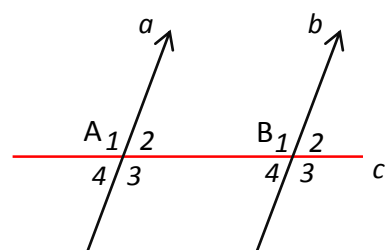


b. Sudut dalam berseberangan

Sudut dalam berseberangan terjadi apabila sudut-sudut itu terletak sebelah menyebelah bagian dalam terdapat garis potong. Sudut dalam berseberangan sama besarnya.

$\angle A_2$ dalam berseberangan $\angle B_4$, maka besar $\angle A_2 = \angle B_4$.

$\angle A_3$ dalam berseberangan $\angle B_1$, maka besar $\angle A_3 = \angle B_1$.

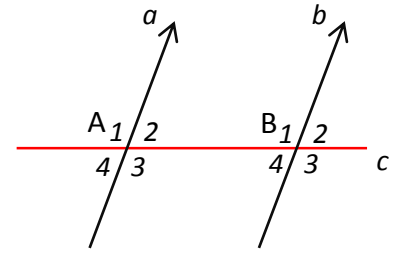


c. Sudut luar berseberangan

Sudut luar berseberangan terjadi apabila sudut-sudut terletak sebelah-menyebelah bagian luar terhadap potongannya. Sudut luar berseberangan sama besarnya.

$\angle A_1$ dalam berseberangan $\angle B_3$, maka besar $\angle A_1 = \angle B_3$.

$\angle A_4$ dalam berseberangan $\angle B_2$, maka besar $\angle A_4 = \angle B_2$.

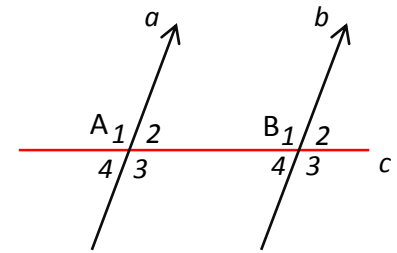


d. Sudut dalam sepihak

Sudut dalam sepihak terjadi apabila sudut-sudut itu terletak pada pihak yang sama terhadap garis potong dan terletak di bagian dalam antara dua garis sejajar. Jumlah besar dua sudut dalam sepihak adalah 180° .

$\angle A_2$ dalam sepihak $\angle B_1$, maka $\angle A_2 + \angle B_1 = 180^\circ$.

$\angle A_3$ dalam sepihak $\angle B_4$, maka $\angle A_3 + \angle B_4 = 180^\circ$.

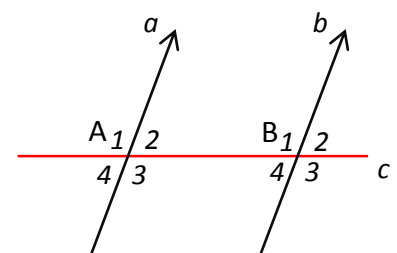


e. Sudut luar sepihak

Sudut luar sepihak terjadi apabila sudut-sudut itu terletak pada pihak yang sama terhadap garis potong dan terletak di bagian dalam antara dua garis sejajar. Jumlah besar dua sudut dalam sepihak adalah 180° .

$\angle A_1$ luar sepihak dengan $\angle B_2$, maka $\angle A_1 + \angle B_2 = 180^\circ$.

$\angle A_4$ luar sepihak dengan $\angle B_3$, maka $\angle A_4 + \angle B_3 = 180^\circ$.



E. Segitiga dan Teorema-Teorema pada Segitiga

1. Pengertian segitiga dan unsur-unsurnya

Segitiga adalah bangun datar yang memiliki 3 sisi, dan memiliki unsur-unsur sebagai berikut:

a. Alas dan tinggi segitiga

Dari $\triangle ABC$ di atas dapat dibentuk pasangan alas dan tinggi dari segitiga sebagai berikut:

- Alas AB dengan tinggi t_c (t_c tegak lurus \overline{AB})

$$t_c = \frac{2}{AB} \sqrt{s(s-AB)(s-BC)(s-AC)}$$

- Alas BC dengan tinggi t_a (t_a tegak lurus \overline{BC})

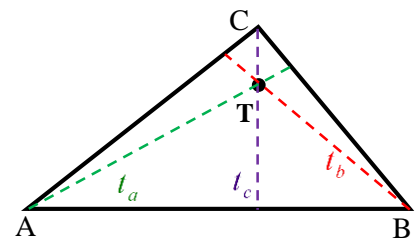
$$t_a = \frac{2}{BC} \sqrt{s(s-AB)(s-BC)(s-AC)}$$

- Alas AC dengan tinggi t_b (t_b tegak lurus \overline{AC})

$$t_b = \frac{2}{AC} \sqrt{s(s-AB)(s-BC)(s-AC)}$$

$$\text{Dengan } s = \frac{1}{2}(AB + BC + AC)$$

- Titik T disebut dengan “titik tinggi”



Contoh:

Diketahui $\triangle ABC$ dengan panjang $AB = 12\text{cm}$,
 $BC = 7\text{cm}$ dan $AC = 9\text{cm}$. Tentukan t_c !

Penyelesaian:

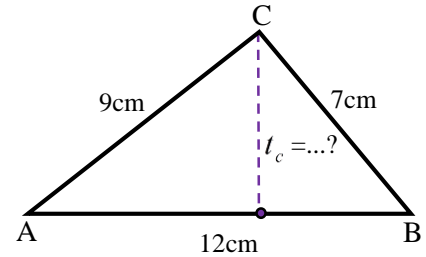
$$s = \frac{1}{2}(AB + BC + AC) = \frac{1}{2}(12 + 7 + 9) = \frac{38}{2} = 19$$

$$t_c = \frac{2}{AB} \sqrt{s(s-AB)(s-BC)(s-AC)}$$

$$t_c = \frac{2}{12} \sqrt{14(14-12)(14-7)(14-9)}$$

$$t_c = \frac{2}{12} \sqrt{14 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{1}{6} \sqrt{980} = \frac{1}{6} \sqrt{196 \cdot 5}$$

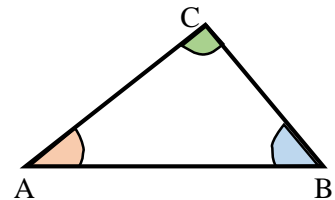
$$t_c = \frac{1}{6} \cdot 14 \sqrt{5} = \frac{7}{3} \sqrt{5} \text{ cm} \cong 2,236 \text{ cm}$$



b. Sudut segitiga

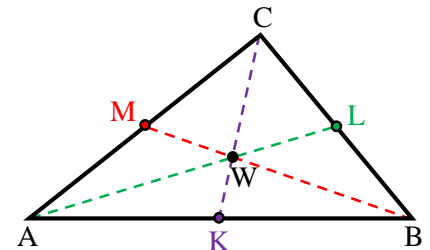
Segitiga memiliki tiga buah sudut yang mana jumlahan dari ketiga sudutnya adalah 180° .

Dari segitiga di samping : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$



c. Garis dan titik berat segitiga

Segitiga memiliki garis berat dan titik berat. Garis berat adalah garis yang ditarik dari titik sudut suatu segitiga dan membagi sisi di hadapan sudut tersebut menjadi dua bagian sama panjang, garis berat pada segitiga sebanyak tiga garis. Sedangkan titik berat adalah titik yang diperoleh dari perpotongan ketiga garis berat segitiga. Untuk lebih memahami perhatikan gambar disamping, dari segitiga di samping diketahui:



- \overline{CK} adalah garis berat karena membagi \overline{AB} sehingga $\overline{AK} = \overline{BK}$.

$$CK^2 = \frac{1}{2}BC^2 + \frac{1}{2}AC^2 - \frac{1}{2}AB^2$$

- \overline{AL} adalah garis berat karena membagi \overline{BC} sehingga $\overline{BL} = \overline{CL}$.

$$AL^2 = \frac{1}{2}AB^2 + \frac{1}{2}AC^2 - \frac{1}{2}BC^2$$

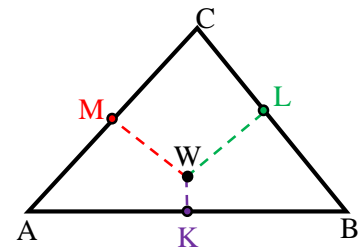
- \overline{BM} adalah garis berat karena membagi \overline{AC} sehingga $\overline{AM} = \overline{CM}$.

$$BM^2 = \frac{1}{2}AB^2 + \frac{1}{2}BC^2 - \frac{1}{2}AC^2$$

- Titik W adalah titik berat yang diperoleh dari perpotongan \overline{CK} , \overline{AL} dan \overline{BM} . Titik berat membagi garis berat menjadi dua bagian dengan perbandingan 2:1, contoh $CW : WK = 2:1$.

d. Garis Sumbu Segitiga

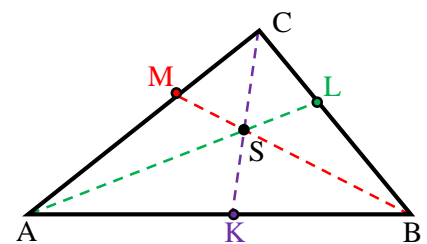
Garis sumbu segitiga adalah segmen garis yang melalui titik tengah segitiga dan tegak lurus dengan sisi tersebut. Untuk lebih memahami perhatikan $\triangle ABC$ disamping.



- \overline{WK} merupakan garis sumbu karena membagi \overline{AB} sama besar dan tegak lurus \overline{AB} .
- \overline{WL} merupakan garis sumbu karena membagi \overline{BC} sama besar dan tegak lurus \overline{BC} .
- \overline{WM} merupakan garis sumbu karena membagi \overline{AC} sama besar dan tegak lurus \overline{AC} .
- Titik W adalah titik sumbu segitiga, dimana $\overline{AW} = \overline{BW} = \overline{CW}$.

e. Garis bagi segitiga

Garis bagi segitiga adalah garis yang berpagkal dari titik sudut segitiga dan membagi sudut tersebut sama besar. Untuk lebih memahami perhatikan gambar $\triangle ABC$ disamping.



- \overline{AL} merupakan garis bagi sehingga $\angle BAL = \angle CAL$, dimana $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BL} : \overline{CL}$

Dari garis bagi \overline{AL} berlaku rumus: $\overline{AL}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AC} - \overline{BL} \cdot \overline{CL}$

- \overline{BM} merupakan garis bagi sehingga $\angle ABM = \angle CBM$, dimana $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AM} : \overline{CM}$

Dari garis bagi \overline{BM} berlaku rumus: $\overline{BM}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{BC} - \overline{AM} \cdot \overline{CM}$

- \overline{CK} merupakan garis bagi sehingga $\angle ACK = \angle BCK$, dimana $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AK} : \overline{BK}$

Dari garis bagi \overline{CK} berlaku rumus: $\overline{CK}^2 = \overline{AC} \cdot \overline{BC} - \overline{AK} \cdot \overline{BK}$

- Titik S adalah titik bagi

2. Jenis-jenis segitiga

Segitiga memiliki berbagai jenis, jenis segitiga tersebut adalah,

a. Jenis segitiga menurut besar sudutnya dibagi menjadi tiga yakni:

- *Segitiga lancip* adalah segitiga yang semua sudutnya memiliki besar kurang dari 90°
- *Segitiga siku-siku* adalah segitiga yang salah satu sudutnya memiliki besar 90°
- *Segitiga tumpul* adalah segitiga yang salah satu sudutnya memiliki besar lebih dari 90°

b. Jenis segitiga menurut panjang sisinya dibagi menjadi tiga yakni:

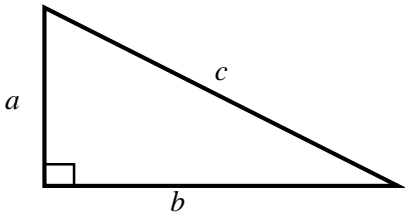
- *Segitiga sama sisi* adalah segitiga yang ketiga sisinya memiliki panjang yang sama
- *Segitiga sama kaki* adalah segitiga yang kedua sisinya memiliki panjang yang sama
- *Segitiga sebarang* adalah segitiga yang ketiga sisinya memiliki panjang yang berbeda

3. Teorema-teorema pada segitiga

Bangun datar segitiga memiliki teorema yang melekat padanya. Teorema tersebut diantaranya adalah:

a. Teorema Pythagoras

Teorema pythagoras membahas tentang segitiga siku-siku dimana pada *segitiga siku-siku ABC* berlaku: $a^2 + b^2 = c^2$.
Contoh: Jika panjang $a = 3\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$ dan panjang c belum diketahui, maka panjang c adalah,

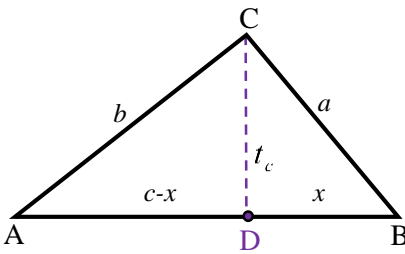


$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$
$$c = 5\text{cm}$$

b. Dalil Proyeksi

i) Proyeksi pada segitiga lancip

Misalkan diketahui segitiga seperti pada gambar, dan \overline{DB} adalah *proyeksi* \overline{BC} pada \overline{AB} . Maka $\overline{DB} = x$ dapat tentukan dengan,



$\triangle BCD$ diperoleh $t_c^2 = a^2 - x^2$ i

$\triangle ADC$ diperoleh $t_c^2 = b^2 - (c-x)^2$ ii

Dari persamaan (i) dan (ii) diperoleh,

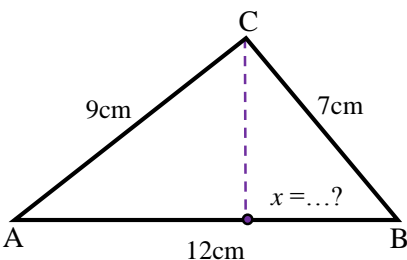
$$a^2 - x^2 = b^2 - (c-x)^2$$
$$a^2 - x^2 = b^2 - (c^2 - 2cx + x^2)$$
$$a^2 - x^2 = b^2 - c^2 + 2cx - x^2$$
$$a^2 - x^2 - b^2 + c^2 + x^2 = 2cx$$
$$2cx = a^2 - x^2 - b^2 + c^2 + x^2$$
$$2cx = a^2 - b^2 + c^2$$

$$x = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2c}$$

Jadi proyeksi pada segitiga lancip dapat dicari dengan rumus:

- Proyeksi \overline{BC} pada \overline{AB} : $x = \frac{BC^2 - AC^2 + AB^2}{2AB}$
- Proyeksi \overline{BC} pada \overline{AC} : $x = \frac{BC^2 - AB^2 + AC^2}{2AC}$
- Proyeksi \overline{AC} pada \overline{AB} : $x = \frac{AC^2 - BC^2 + AB^2}{2AB}$
- Proyeksi \overline{AC} pada \overline{BC} : $x = \frac{AC^2 - AB^2 + BC^2}{2BC}$
- Proyeksi \overline{AB} pada \overline{BC} : $x = \frac{AB^2 - AC^2 + BC^2}{2BC}$
- Proyeksi \overline{AB} pada \overline{AC} : $x = \frac{AB^2 - BC^2 + AC^2}{2AC}$

Contoh: Diketahui $\triangle ABC$ adalah segitiga lancip dengan panjang $AB = 12\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$ dan $AC = 9\text{cm}$. Tentukan proyeksi AB pada AC !



Penyelesaian:

$$\text{Proyeksi } \overline{AB} \text{ pada } \overline{AC} : x = \frac{AB^2 - BC^2 + AC^2}{2AC}$$

$$x = \frac{12^2 - 7^2 + 9^2}{2 \cdot 9} = \frac{144 - 49 + 81}{18} = \frac{167}{18} = 9 \frac{5}{18} \text{ cm}$$

ii) Proyeksi pada segitiga tumpul

Dengan cara yang sama pada proyeksi segitiga lancip diperoleh,

- $\text{Proyeksi } \overline{BC} \text{ pada } \overline{AB} : x = \frac{BC^2 - AC^2 - AB^2}{2AB}$ (sudut tumpul pada $\angle BAC$)
- $\text{Proyeksi } \overline{BC} \text{ pada } \overline{AC} : x = \frac{BC^2 - AB^2 - AC^2}{2AC}$ (sudut tumpul pada $\angle BAC$)
- $\text{Proyeksi } \overline{AC} \text{ pada } \overline{AB} : x = \frac{AC^2 - BC^2 - AB^2}{2AB}$ (sudut tumpul pada $\angle ABC$)
- $\text{Proyeksi } \overline{AC} \text{ pada } \overline{BC} : x = \frac{AC^2 - AB^2 - BC^2}{2BC}$ (sudut tumpul pada $\angle ABC$)
- $\text{Proyeksi } \overline{AB} \text{ pada } \overline{BC} : x = \frac{AB^2 - AC^2 - BC^2}{2BC}$ (sudut tumpul pada $\angle ACB$)
- $\text{Proyeksi } \overline{AB} \text{ pada } \overline{AC} : x = \frac{AB^2 - BC^2 - AC^2}{2AC}$ (sudut tumpul pada $\angle ACB$)

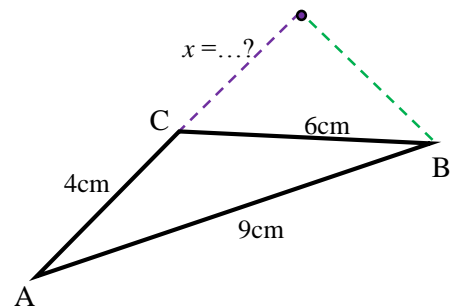
Contoh:

Diketahui $\triangle ABC$ adalah segitiga tumpul dengan sudut tumpul pada $\angle ACB$. Jika panjang $AB = 9 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$ dan $AC = 4 \text{ cm}$, tentukan proyeksi AB pada AC !

Penyelesaian:

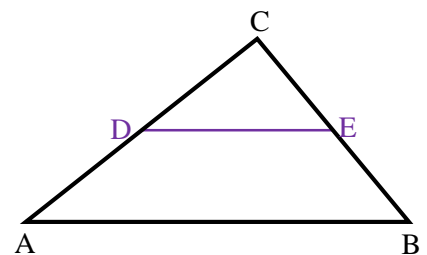
$$\text{Proyeksi } \overline{AB} \text{ pada } \overline{AC} : x = \frac{AB^2 - BC^2 - AC^2}{2AC}$$

$$x = \frac{9^2 - 6^2 - 4^2}{2 \cdot 4} = \frac{81 - 36 - 8}{8} = \frac{37}{8} = 4 \frac{5}{8} \text{ cm}$$



c. Dalil titik tengah segitiga

“Segmen garis yang diperoleh dari menghubungkan titik tengah kedua sisi segitiga dan segmen tersebut sejajar dengan sisi yang ketiga, maka panjang segmen adalah setengah dari sisi yang ketiga tersebut”. Perhatikan $\triangle ABC$ disamping. Titik D adalah titik tengah \overline{AC} dan titik E adalah titik tengah \overline{BC} , sehingga diperoleh \overline{DE} sejajar \overline{AB} . Panjang $\overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB}$



Contoh:

Diketahui $\triangle PQR$ dengan panjang sisi $\overline{PQ} = 6\text{ cm}$, $\overline{QR} = 8\text{ cm}$, dan $\overline{PR} = 4\text{ cm}$. Jika segmen garis \overline{MN} memotong sisi \overline{QR} dan \overline{PR} tepat pada masing-masing titik tengah sisi dan \overline{MN} sejajar dengan \overline{PQ} . Tentukanlah panjang \overline{MN} !

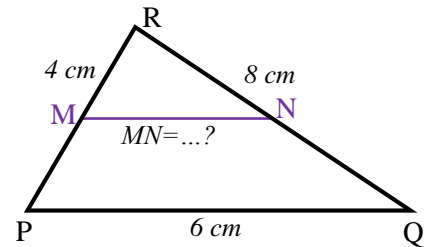
Jawab:

Untuk lebih memudahkan pemahaman, kita gambar $\triangle PQR$ seperti gambar disamping.

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \cdot \overline{PQ}$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \cdot 6$$

$$\overline{MN} = 3\text{ cm}$$



d. Dalil intercept segitiga

Perhatikan $\triangle ABC$ disamping. Jika segmen garis sejajar ($\parallel = \text{sejajar}$) dengan salah satu sisi segitiga dan memotong dua sisi yang lainnya maka berlaku perbandingan:

- $AD : CD = BE : CE$
- $AD : CD = BE : CE = AB : DE$

Contoh:

Diketahui segitiga $\triangle ABC$ seperti gambar disamping, dengan $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$. Tentukanlah panjang \overline{BE} !

Jawab:

$$\overline{AD} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{CE}$$

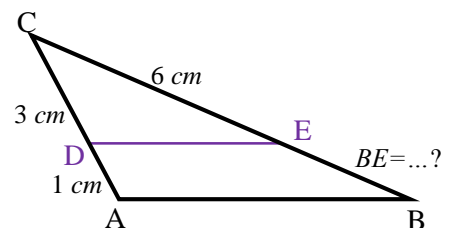
$$\frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{CE}}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{\overline{BE}}{6}$$

$$1 \cdot 6 = 3 \cdot \overline{BE}$$

$$6 = 3\overline{BE}$$

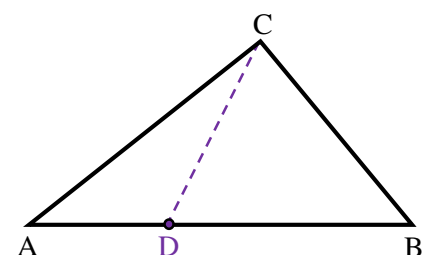
$$\overline{BE} = \frac{6}{3} = 2\text{ cm}$$



e. Teorema Stewart

Jika diketahui $\triangle ABC$ seperti gambar di samping, *Teorema Stewart* menyatakan bahwa untuk sebarang segitiga maka berlaku:

$$AC^2 \cdot BD + BC^2 \cdot AD = AB(CD^2 + AD \cdot BD)$$



dengan AB , BC dan AC adalah panjang sisi segitiga, dan CD adalah panjang garis yang memotong sisi AB .

Contoh:

Diketahui $\triangle ABC$ dengan panjang sisi $AB = 6$, $BC = 4$, $AC = 5$. Jika garis CD adalah garis berat dari $\triangle ABC$, berapakah panjang garis CD tersebut ?

Penyelesaian:

Untuk lebih mudahnya kita gambar $\triangle ABC$ seperti gambar di samping. Karena CD adalah garis berat maka memotong AB di titik D sehingga $AD = BD$.

CD dapat dicari dengan teorema Stewart seperti berikut,

$$AC^2 \cdot BD + BC^2 \cdot AD = AB(CD^2 + AD \cdot BD)$$

$$5^2 \cdot 3 + 4^2 \cdot 3 = 6(CD^2 + 3 \cdot 3)$$

$$25 \cdot 3 + 16 \cdot 3 = 6(CD^2 + 9)$$

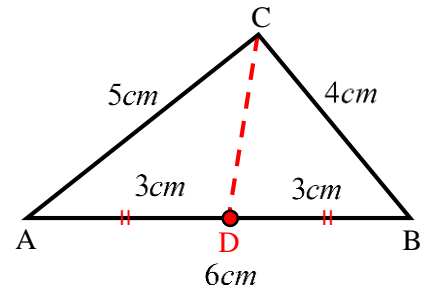
$$75 + 48 = 6CD^2 + 54$$

$$6CD^2 + 54 = 123$$

$$6CD^2 = 69$$

$$CD^2 = \frac{69}{6} = \frac{23}{2}$$

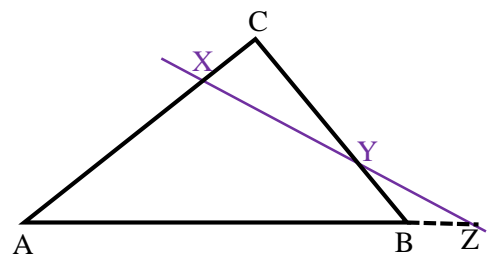
$$CD = \sqrt{\frac{23}{2}} \text{ cm} \cong 2,708 \text{ cm}$$



f. Dalil Menelaus

Perhatikan $\triangle ABC$ disamping. Jika sebuah garis memotong dua sisi $\triangle ABC$, yaitu memotong \overline{AC} dan \overline{BC} berturut-turut di titik X dan Y , serta memotong perpanjangan sisi \overline{AB} di titik Z , maka berlaku hubungan sebagai berikut,

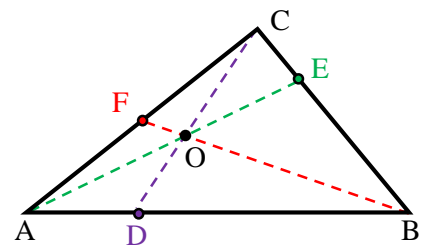
$$\frac{CX}{AX} \times \frac{AZ}{BZ} \times \frac{BY}{CY} = 1$$



g. Dalil De Ceva

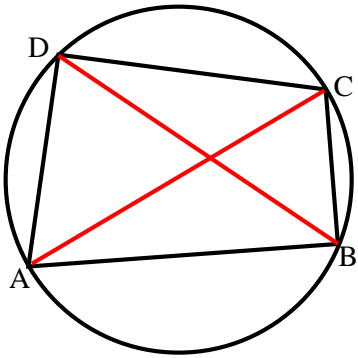
Perhatikan $\triangle ABC$ disamping. Jika garis yang ditarik dari setiap titik sudut $\triangle ABC$ ($\angle A$, $\angle B$, $\angle C$) berpotongan di satu titik (*titik O*) dan memotong sisi di seberang titik sudut (\overline{AB} , \overline{BC} , \overline{AC}) di titik D , E dan F , maka berlaku hubungan sebagai berikut,

$$\frac{CF}{AF} \times \frac{AD}{BD} \times \frac{BE}{CE} = 1$$



F. Teorema-Teorema pada Segi Empat

Pada bangun datar segi empat juga memiliki teorema-teorema seperti halnya pada segitiga. Salah satu teorema pada bangun datar segi empat adalah *Teorema Ptolemy*. Teorema tersebut berbunyi, “diberikan sebuah tali busur $ABCD$ yang berurutan, berlaku jumlah dari hasil kali sisi-sisi yang bersebrangan sama dengan hasil kali diagonalnya”, atau dapat ditulis $AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$



Panjang diagonal-diagonalnya:

1. $AC = \sqrt{\frac{(AB \cdot AD + BC \cdot CD)(AB \cdot CD + BC \cdot AD)}{AB \cdot BC + CD \cdot AD}}$

2. $BD = \sqrt{\frac{(AB \cdot BC + CD \cdot AD)(AB \cdot CD + BC \cdot AD)}{AB \cdot AD + BC \cdot CD}}$

3. $Luas\ ABCD = \sqrt{(s - AB)(s - BC)(s - CD)(s - AD)}$ dengan $s = \frac{1}{2}(AB + BC + CD + AD)$

Contoh:

Diketahui $ABCD$ adalah segi empat. Jika $\angle A = 90^\circ$, $AB = 14\text{cm}$, $AD = 48\text{cm}$ dan $CD = 30\text{cm}$, berapakah panjang BC ?

Penyelesaian:

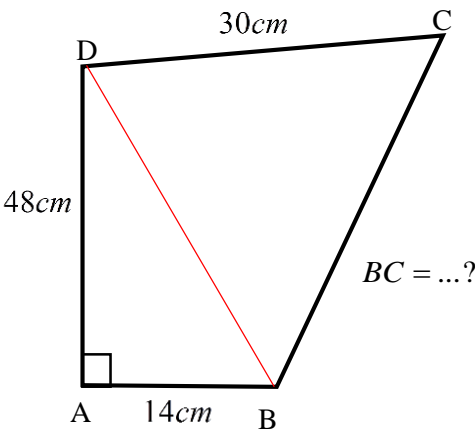
Untuk lebih mudahnya kita gambar segi empat $ABCD$ seperti gambar di samping.

Perhatikan $\triangle ABD$ adalah segitiga siku-siku dengan sudut siku-siku pada $\angle A$, maka panjang BD dapat dicari dengan *teorema pythagoras* seperti berikut,

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 14^2 + 48^2 = 196 + 2304 = 2500$$

$$BD = \sqrt{2500}$$

$$BD = 50\text{ cm}$$



Dari *teorema ptolemy* BD dapat dicari dengan rumus,

$$BD = \sqrt{\frac{(AB \cdot BC + CD \cdot AD)(AB \cdot CD + BC \cdot AD)}{AB \cdot AD + BC \cdot CD}}$$

$$50 = \sqrt{\frac{(14 \cdot BC + 30 \cdot 48)(14 \cdot 30 + BC \cdot 48)}{14 \cdot 48 + BC \cdot 30}}$$

$$50 = \sqrt{\frac{(14BC + 1440)(420 + 48BC)}{672 + 30BC}}$$

$$50 = \sqrt{\frac{5880BC + 672BC^2 + 604800 + 69120BC}{672 + 30BC}}$$

$$2500 = \frac{75000BC + 672BC^2 + 604800}{672 + 30BC}$$

$$500(672 + 30BC) = 75000BC + 672BC^2 + 604800$$

$$1680000 + 75000BC = 672BC^2 + 75000BC + 604800$$

$$2672BC^2 + 75000BC + 604800 - 1680000 - 75000BC = 0$$

$$672BC^2 - 1075200 = 0$$

$$672BC^2 = 1075200$$

$$BC^2 = \frac{1075200}{672}$$

$$BC^2 = 1600$$

$$BC = \sqrt{1600}$$

$$BC = 40\text{cm}$$

Jadi panjang BC adalah 40 cm .

